

В.И.Лобанов,к.т.н.,вед.специалист ОАО НПК «НИИДАР»

Русская логика и теория вероятности

Никакое образование немислимо без изучения логики. Этот предмет в качестве основного впервые ввёл в гимназиях и Академии великий русский учёный М.В. Ломоносов. С тех пор логику в обязательном порядке изучали в гимназиях России и по указанию Сталина в 1946 – 1957 гг. в школах СССР. В связи с этим поразительна безграмотность современных матлогиков:

- «изобретено» кванторное исчисление, которое равным счётом ничего не исчисляет;
- «придумана» алгебра множеств, с задачами которой прекрасно справляется алгебра логики;
- единая математическая логика расчленена на логику суждений и логику предикатов с бесполезными субъектами, предикатами, фигурами и модусами, с некорректными правилами посылок и прочей наукообразной зубрёжкой чепухой[1];
- доктора физматнаук не знают математической логики и бравируют своим невежеством;
- ни один логик не сумеет объяснить, почему $(x \rightarrow y) = x' + y$ – здесь апостроф означает отрицание;
- более 120 лет математики и логики не могут освоить результатов П.С. Порецкого[3,4] и Л. Кэрролла[2];
- ни один академик не умеет решать задачи силлогистики;
- математики не умеют мыслить (см. мои сайты).

Логика дисциплинирует мышление. Ещё Гераклит говорил, что учить нужно многомыслию, а не многознанию. Над проблемой формализации мышления ВСЁ ЧЕЛОВЕЧЕСТВО (и «физики», и «лирики») трудилось 25 веков. И, тем не менее, классическая логика, которую изучают во всём мире, вопиюще безграмотна и дремуче невежественна. С задачей формализации, чётко поставленной Лейбницем, справляется только Русская логика.

Если вы устали от зубрёжки силлогистики Аристотеля, хотите чуточку поумнеть и превзойти в логике П.С. Порецкого, Л. Кэрролла, Дж. Буля и Лейбница, если вас интересует истинно математическая, понятная четверокласснику логика здравого смысла, то осваивайте эту науку по следующим источникам:

1. Сайт в Internet: <http://ruslogic.narod.ru>.
2. Лобанов В.И. Русская логика против классической (азбука математической логики). – М.: Компания Спутник+, 2002 – 126с.
3. Лобанов В.И. Решебник по Русской логике. – М.: Компания Спутник+, 2002 – 133с.
4. Лобанов В.И. Русская логика для школьников (и академиков). – М.: Издательство «Эндемик», 2004 – 110с.
5. Лобанов В.И. Русская логика для «физиков» и «лириков». – М.: Компания Спутник+, 2005 – 427 с.

При синтезе заключений зачастую имеют место несколько вариантов решений.

Вероятность события A_{xy} .

Пусть известно n_x - количество элементов множества X и n_y – количество элементов множества Y , а также n – число элементов в универсуме U . Требуется определить вероятность события «Все X суть Y », т.е. найти $P(A_{xy})$. Построим скалярные диаграммы для случая $n=8$, $n_x=2$, $n_y=4$.

	1	2	3	4	5	6	7	8
X	█							
Y	█							

В 8 клетках скалярной диаграммы множество Y , состоящее из 4 элементов можно разместить различными способами, число которых определяется как число сочетаний из $n=8$ по $n_y=4$, т.е. $C(n, n_y) = C(8, 4) = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 / 4! = 70$. Однако при соблюдении условия A_{xy} количество вариантов размещения элементов множества Y существенно меньше. Их число определяется из следующих соображений. Два элемента множества Y должны обязательно занимать 1-ю и 2-ю клетки диаграммы. Оставшиеся $(n_y - n_x) = 4 - 2 = 2$ элемента можно разместить в 6 клетках с 3-ей по 8-ю включительно разными способами, число которых определяется как число сочетаний $C(n - n_x, n_y - n_x) = C(8 - 2, 4 - 2) = C(6, 2) = 6 \cdot 5 / 2! = 15$.

Таким образом, вероятность $P(A_{xy}) = C(n - n_x, n_y - n_x) / C(n, n_y) = 15 / 70 = 3 / 14$.

$$P(A_{xy}) = C(n - n_x, n_y - n_x) / C(n, n_y)$$

Вероятность события E_{xy} .

Пусть известно n_x - количество элементов множества X и n_y – количество элементов множества Y , а также n – число элементов в универсуме U . Требуется определить вероятность события «Ни один X не есть Y », т.е. найти $P(E_{xy})$. Построим скалярные диаграммы для случая $n=8$, $n_x=2$, $n_y=4$.

	1	2	3	4	5	6	7	8
X	█							
Y					█			

Общее количество вариантов размещения элементов множества Y в универсуме как и в предыдущем случае равно $C(n, n_y) = C(8, 4) = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 / 4! = 70$. Количество вариантов размещения элементов множества Y при соблюдении условия E_{xy} определяется по формуле $C(n - n_x, n_y) = C(8 - 2, 4) = C(6, 4) = C(6, 2) = 6 \cdot 5 / 2! = 15$.

Таким образом, вероятность $P(E_{xy}) = C(n - n_x, n_y) / C(n, n_y) = 15 / 70 = 3 / 14$.

$$P(E_{xy}) = C(n - n_x, n_y) / C(n, n_y)$$

Вероятность события I_{xy} .

Пусть известно n_x - количество элементов множества X и n_y – количество элементов множества Y , а также n – число элементов в универсуме U . Требуется определить вероятность события «Некоторые X суть Y », т.е. найти $P(I_{xy})$. Построим скалярные диаграммы для случая $n=8$, $n_x=2$, $n_y=4$.

	1	2	3	4	5	6	7	8
X	█							
Y		█						

Общее количество вариантов размещения элементов множества Y в универсуме как и в предыдущих случаях равно $C(n, n_y) = C(8, 4) = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 / 4! = 70$. Для выполнения условия I_{xy} нужно, чтобы один элемент множества Y размещался или в клетке 1, или в клетке 2, но не в двух сразу (тогда получится A_{xy}). Таким образом, существуют две равновеликих группы вариантов размещения элементов множества Y при выполнении требования I_{xy} . Рассчитаем количество размещений для одной группы вариантов. Оно определяется числом сочетаний

$$C(n - n_x, n_y - 1) = C(8 - 2, 4 - 1) = C(6, 3) = 6 \cdot 5 \cdot 4 / 3! = 20.$$

Следовательно, общее количество вариантов размещения элементов множества Y при выполнении условия I_{xy} составит $2 \cdot 20 = 40$.

Таким образом, вероятность $P(I_{xy}) = C(n - n_x, n_y - 1) / C(n, n_y) = 40 / 70 = 4/7$. Определим сумму вероятностей $P(A_{xy}) + P(E_{xy}) + P(I_{xy}) = 3/14 + 3/14 + 4/7 = 1$. Следовательно,

$$\underline{P(I_{xy}) = 1 - P(A_{xy}) - P(E_{xy})}.$$

Задача.

Рассмотрим следующий силлогизм.

Некоторые студенты (m) – отличники (x).

Некоторые студенты (m) – блондины (y).

Найти $f(x, y)$, если известно, что студенты составляют 20% от числа учащихся страны, отличники – тоже 20%, а блондины – 40%.

Решение.

Классическая логика[1] однозначно утверждает, что заключения не существует. Однако в Русской логике эта задача легко решается. Примем в качестве универсума (U) множество всех учащихся, тогда получим решение, представленное на скалярной диаграмме.

M		█		
X		█		
Y1		█		
Y2	█			█
Y3		█		

xy	f(x,y)
00	1
01	1
10	i
11	i

Из таблицы истинности выведем соотношение: $f(x,y) = x'+i = Ix'y(5)$, т.е. «Некоторые не-отличники – блондины». Такое интегрированное заключение не противоречит здравому смыслу, но не имеет количественной оценки. Необходимо оценить вероятность возникновения ситуаций Y_1, Y_2, Y_3 , т.е. $P(Axy), P(Exy), P(Ixy)$. Для «лобового» решения задачи была написана программа `ruslogvr.pas`. Результаты моделирования показали, что для больших чисел, а число учащихся в нашей стране пока ещё не маленькое, $P(Axy) = P(Exy) = 0$. Таким образом, правильное заключение данного силлогизма $Ixy(8)$, т.е. «Некоторые отличники – блондины».

Обозначим количество элементов множества X через n_x , количество элементов множества Y – через n_y , для множества M – через n_m , а для универсума - через n . Тогда, опираясь на ранее выведенные формулы, получим следующие соотношения:

$$P(Axy) = C(n-n_x, n_y-n_x) / C(n, n_y) = \{(n-n_x)! / [(n_y-n_x)!(n-n_y)!]\} / \{n! / [n_y!(n-n_y)!]\} = [n_y!(n-n_x)!] / [n!(n_y-n_x)!]$$

для $n_x \leq n_y, n_y < n$.

$$P(Exy) = C(n-n_x, n_y) / C(n, n_y) = [(n-n_x)!(n-n_y)!] / [n!(n-n_x-n_y)!]$$

для $n \geq (n_x+n_y), (n_m+n_y) < n$.

Здесь выражение вида $C(m,n)$ обозначает количество сочетаний из m элементов по n .

Здесь выражение вида $C(m,n)$ обозначает количество сочетаний из m элементов по n и вычисляется по формуле:

$$C(m,n) = m! / [n!(m-n)!]$$

Для $n = 1000, n_m = 200, n_x = 200, n_y = 400$ определим вероятности на основе полученных формул.

$$P(Axy) = C(800,200) / C(1000,400) = 400!800! / 1000!200! = 0.$$

$$P(Exy) = C(800,400) / C(1000,400) = 80!60! / 1000!400! = 0.$$

$$P(Ixy) = 1.$$

Полученные при моделировании по программе `ruslogvr.pas` результаты соответствуют выведенным формулам.

```

program ruslogvr;
uses crt;
type vect=array[0..10000] of word;
var
  n,nm,nx,ny,i,j,neq,k,ka,ke,ki :word;
  {n - к-во элементов в универсуме,
  nm - к-во элементов в среднем термине M[],
  nx - к-во элементов в крайнем термине X[],
  ny - к-во элементов в крайнем термине Y[],
  k - к-во экспериментов,
  ka - к-во кванторов Axy,
  ke - к-во кванторов Exy,
  ki - кол-во кванторов Ixy.

```

```

    }
    m,x,y :vect;
}-----}
procedure compare(x,y:vect;nx,ny:word;var neq:word);
var i,j:word;
begin
    neq:=0;
    for i:=0 to (nx-1) do
        begin
            j:=0;
            repeat
                if x[i]=y[j] then
                    begin
                        inc(neq);
                        j:=ny-1;
                    end;
                inc(j);
            until (j=ny);
        end;
    end;
}=====}
begin
    clrscr;
    writeln('
    writeln('          Статистическое моделирование силлогизма
    writeln('          с частно-утвердительными посылками.
    writeln('          n - к-во элементов в универсуме
    writeln('          Лобанов В.И.   20-11-2004
    writeln('
    writeln;
    write('Введите k<=10000,n<=10000,nx,ny ');
    readln(k,n,nx,ny);
    randomize;
    ka:=0;ke:=0;ki:=0;
    for j:=1 to k do
        begin
            for i:=0 to (nx-1) do x[i]:=random(n-1);
            for i:=0 to (ny-1) do y[i]:=random(n-1);
        {
            for i:=0 to (nx-1) do write(x[i]:4);
            writeln;
            for i:=0 to (ny-1) do write(y[i]:4);
            writeln;}
            compare(x,y,nx,ny,neq);
            if neq=nx then inc(ka)
            else if neq=0 then inc(ke)
            else inc(ki);
            writeln('ka= ',ka:4,' ke= ',ke:4,' ki= ',ki:4,' neq= ',neq:4);
        end;
        writeln('Нажмите ENTER');
        readln;
        { clrscr;}
    end.

```

Далеко не всё в программе `ruslogvr.pas` безупречно с точки зрения статистики, однако эти погрешности не оказывают существенного влияния на результаты моделирования. Результаты моделирования представлены в таблице. Разброс параметров от серии к серии невелик. Чётко прослеживается тенденция стремления к нулю вероятности появления ситуаций Axy , Exy при увеличении n и неизменном соотношении n_x/n_y . Соответственно $P(Ixy)$ стремится в этом случае к единице. Смысл обозначений столбцов таблицы расшифрован в программе.

k	n	nx	ny	ka	ke	ki
10000	100	20	40	0	3	9996
10000	100	20	40	0	4	9996
10000	8	2	4	2246	2984	4770
10000	8	2	4	2199	3055	4746
10000	80	20	40	0	0	10000
10000	80	20	40	0	0	10000
10000	16	4	8	335	1112	8553
10000	16	4	8	340	1216	8443

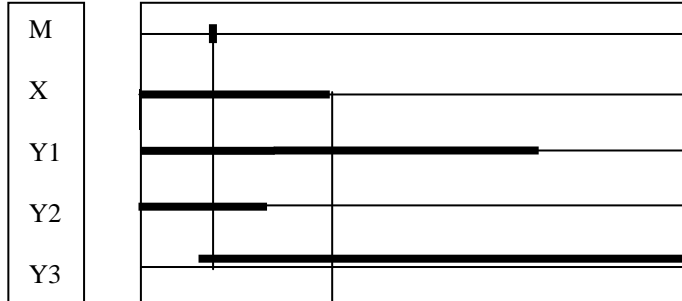
Рассмотрим пример Стяжкина Н.И. из теории логического следования [5, стр.158]: «Сократ идёт, следовательно, белый идёт» редуцируется с помощью добавления суждения случайности: «Сократ бел». Однако здесь весьма уважаемый логик ошибается. Представим эти две посылки в более привычном виде:

Сократ (m) – идущий человек (x).

Сократ (m) – белый человек (y).

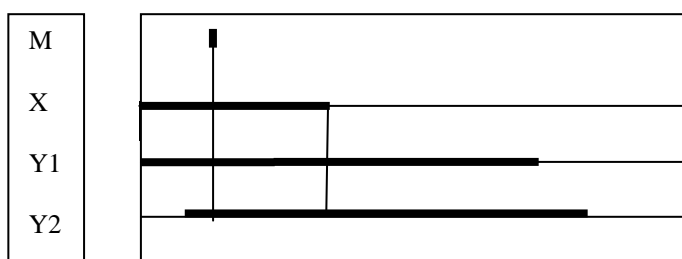
Найти $f(x,y)$.

Примем в качестве универсума U множество всех людей. Тогда на основании скалярных диаграмм получим следующий результат.



xy	f(x,y)
00	i
01	i
10	i
11	1

$F(x,y) = xy + i = |xy(3)$, т.е. «Некоторые идущие суть белые» в 3-м базисе, что не соответствует заключению Стяжкина Н.И. Введём дополнительные условия в этот силлогизм. Пусть количество белых (седых?) составляет 25%, а количество идущих – 50%. Тогда решение будет несколько иным.



xy	f(x,y)
00	1
01	1
10	i
11	1

$F(x,y) = x' + y + i = Ix'y$ (2), т.е. «Некоторые неидущие суть белые» во 2-м базисе, что также не согласуется с заключением Стяжкина.

Литература.

1. Кириллов В.И. Старченко А.А. Логика. - М.: Юрист, 1995.
2. Кэрролл Л. История с узелками. - М.: Мир, 1973.
3. Порецкий П.С. О способах решения логических равенств и об одном обратном способе математической логики. - Казань: 1881.
4. Порецкий П.С. Решение общей задачи теории вероятностей при помощи математической логики. – Казань: 1886.
5. Стяжкин Н.И. Формирование математической логики. - М: 1967.

<http://sciencenew.hop.ru/>